

## Górne niedodatnie oszacowania wartości oczekiwanych uogólnionych statystyk pozycyjnych z rozkładów DD i DFR

Agnieszka Goroncy

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

### Streszczenie

Niech  $X_1, \dots, X_n$  będą niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie z dystrybuantą  $F$  i skończonymi momentami  $\mu = \mathbb{E}X_1$ ,  $\sigma_p = \mathbb{E}|X_1 - \mu|$ ,  $1 \leq p < \infty$  oraz  $\sigma_\infty = \text{ess sup}|X_1 - \mu|$  (dla rozkładu o skończonym nośniku). Zdefiniujemy wektor dodatnich liczb  $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_n)$  i rozważmy uogólnione statystyki pozycyjne  $X_\gamma^{(1)}, \dots, X_\gamma^{(n)}$ , zdefiniowane następująco

$$X_\gamma^{(r)} \stackrel{d}{=} F^{-1} \left( 1 - \prod_{i=1}^r U_i^{1/\gamma_i} \right), \quad r = 1, \dots, n,$$

gdzie  $U_1, \dots, U_n$  są niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym standardowym rozkładzie jednostajnym (patrz Cramer i Kamps (2003)). Referat uzupełnia wyniki Bieńka (2006, 2008), który metodą rzutowania na odpowiednie stożki wypukłe wyznaczył wszystkie górne nieujemne oszacowania dla

$$\mathbb{E} \frac{X_\gamma^{(r)} - \mu}{\sigma_p}, \quad (1)$$

w przypadku  $p = 2$  i przedstawił rozkłady, dla których osiągnięta jest równość. Wyniki te zostały osiągnięte przy założeniu, że  $F$  jest dystrybuantą z rodziny rozkładów z malejącą gęstością (DD) oraz malejącą intensywnością awarii (DFR). W pracy próbujemy polepszyć otrzymane oszacowania zerowe dla szczególnych przypadków uogólnionych statystyk pozycyjnych i dowolnych  $1 \leq p \leq \infty$ , być może otrzymując oszacowania ściśle ujemne. Metoda, którą stosujemy jest analogiczna do tej, którą wykorzystał Rychlik (2009a, 2009b) do wyznaczenia górnych niedodatnich oszacowań dla statystyk pozycyjnych pochodzących z rozkładów DD oraz DFR.

### Literatura

- Bieniek, M. (2006), Projection bounds on expectations of generalized order statistics from DFR and DFRA families, *Statistics*, 40, 339–351.  
 Bieniek, M. (2008), Projection bounds on expectations of generalized order statistics from DD and DDA families, *J. Statist. Plann. Inference*, 138, 971–981.

- Cramer, E., Kamps, U. (2003), Marginal distributions of sequential and generalized order statistics, *Metrika*, 58, 293–310.
- Rychlik, T. (2009a), Bounds on expectations of small order statistics from decreasing density populations, *Metrika*, 70, 369–381.
- Rychlik, T. (2009b), Non-positive upper bounds on expectations of low rank order statistics from DFR populations, *Statistics*, 43, 53–63.