

Estymacja nieznanymi parametrów w uogólnionym modelu krzywych wzrostu

Katarzyna Filipiak

Instytut Matematyki, Politechnika Poznańska

Streszczenie

Rozważmy eksperyment, w którym zebrane obserwacje zgromadzone zostały w trójindeksowej macierzy (tensorze trzeciego rzędu). Obserwacje takie mogą pochodzić z doświadczenia, w którym dla każdego z n obiektów obserwujemy p cech w q punktach czasowych. Modelem takiego doświadczenia może być uogólniony model krzywych wzrostu postaci

$$\mathcal{Y} = (\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})\mathcal{X} + \mathcal{E},$$

gdzie $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})\mathcal{X}$ oznacza mnożenie tensora \mathcal{X} z każdej z trzech "stron" przez macierze $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n_1}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{p \times p_1}$ i $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{q \times q_1}$ odpowiednio, tzn.

$$((\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})\mathcal{X})_{kij} = \sum_{\alpha=1}^{n_1} \sum_{\beta=1}^{p_1} \sum_{\gamma=1}^{q_1} a_{k\alpha} b_{i\beta} c_{j\gamma} x_{\alpha\beta\gamma};$$

cf. Savas and Lim (2008).

Zakładając niezależność obiektów, macierz wariancji-kowariancji tensora obserwacji może mieć postać iloczynu Kroneckera dwóch lub trzech macierzy, w których jedna z nich jest macierzą jednostkową stopnia n .

Celem pracy jest wyznaczenie estymatorów największej wiarygodności nieznanymi parametrów w uogólnionym modelu krzywych wzrostu (estymatorów wartości oczekiwanej oraz nieznanymi składnikami macierzy wariancji-kowariancji), przy założeniu wieloindeksowego rozkładu normalnego obserwacji,

$$\mathcal{Y} \sim N_{n,p,q}((\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})\mathcal{X}, \mathbf{I}_n, \mathbf{\Omega})$$

(cf. Singull et al., 2012), przy czym $\mathbf{\Omega}$ jest nieznaną macierzą określoną dodatnio lub ma postać iloczynu Kroneckera dwóch nieznanymi lub częściowo nieznanymi macierzy określonych dodatnio.

Przedstawione wyniki są rozszerzeniem pracy Srivastava et al. (2009).

Literatura

Savas, B. and L.-H. Lim (2008). Best multilinear rank approximation of tensors with quasi-Newton methods on Grassmannians. Linköping University Report, LITH-MAT-R-2008-01-SE.

- Singull, M., M. R. Ahmad and D. von Rosen (2012). More on the Kronecker structured covariance matrix. *Commun. Statist. Theory Methods* 41, 2512–2523.
- Srivastava, M., T. von Rosen and D. von Rosen (2009). Estimation and testing in general multivariate linear models with Kronecker product covariance structure. *Sankhyā* 71-A, 137–163.