

ANTONI MILER, JERZY BYKOWSKI

METODY WYZNACZANIA ŚREDNICH SPADKÓW ZLEWNI RZECZNYCH

Z Katedry Melioracji i Kształtowania Środowiska

ABSTRACT. In the paper there have been described five well-known and three own calculation methods of mean slopes of river catchments. The presented example calculations were carried out for eight investigated small river catchments located in the Wielkopolska region.

Key words: hydrology, river catchments, geomorphological parameters

Wstęp

Spadki terenu w zlewniach rzecznych są jednym z najistotniejszych czynników decydujących o warunkach odpływu. Średni spadek terenu jest zawsze podawany w charakterystyce zlewni zarówno w kompleksowych pracach monograficznych dotyczących wybranych zlewni, jak i w pracach specjalistycznych analizujących np. wpływ warunków fizjograficznych na charakter odpływu w danym regionie geograficznym (m.in. **Byczkowski** i **Mandes** 1990, **Dobija** i **Dynowska** 1975, **Fal** 1979, **Michalczewski** 1987, **Miler** 1984). W powyższych pracach bardzo często zdarza się, iż nie są podawane metody obliczania średnich spadków zlewni, co powoduje w konsekwencji niemożność porównania wyników uzyskanych przez różnych autorów.

Celem niniejszej pracy jest przeanalizowanie kilku metod (w tym trzech metod oryginalnych, opracowanych przez autorów) obliczania średniego spadku zlewni rzecznych, porównanie otrzymanych wyników dla wybranych zlewni nizinnych oraz opisanie zalet i wad prezentowanych metod.

Materiały i metody

Przykładowe obliczenia wykonano dla 8 wybranych małych zlewni Wielkopolski, reprezentujących możliwie pełne spektrum warunków fizycznogeograficznych panujących w dorzeczu środkowej Warty (tab. 1).

Przykładowe obliczenia średnich spadków zlewni rzecznych zostały wykonane dla 8 małych zlewni nizinnych, w których były prowadzone szczegółowe badania hydrologiczne (tab. 2). Obliczenia przeprowadzono na podstawie map topograficznych w skali 1:25 000.

Opis metod obliczania spadku średniego zlewni

Przy obliczaniu średniego spadku zlewni rzecznych najczęściej stosuje się metodę **Kajetanowicza** (1962):

$$I_{SR} = \frac{h_{max} - h_{min}}{\sqrt{A}} \quad (1)$$

gdzie: I_{SR} – średni spadek zlewni (‰),
 h_{max} – najwyższa rzędna terenu (m),
 h_{min} – najniższa rzędna terenu (m),
 A – powierzchnia (km²).

Drugą prostą klasyczną metodą, często stosowaną w opracowaniach dotyczących zabiegów melioracyjnych, jest formuła bazująca na średniej ze spadków poprzecznych i spadku podłużnego:

$$I_{SR} = \frac{I_{PD} + \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n I_{PP,i}}{2} \quad (2)$$

gdzie: I_{SR} – średni spadek zlewni (‰),
 I_{PD} – spadek podłużny (liczony wzdłuż biegu głównego cieką wraz z przedłużeniem od źródła do granicy zlewni) (‰),
 $I_{PP,i}$ – cząstkowy spadek poprzeczny zlewni (liczony wzdłuż drogi spływu wody od wododziału do cząstkowego przekroju poprzecznego cieką) (‰).

Liczba spadków n jest dobierana subiektywnie. W niniejszej pracy obliczenia przeprowadzono dla $n = 10$ i $n = 20$.

Odmianą formuły Kajetanowicza jest metoda **Stephan i Stachy'ego** (1963):

$$I_{SR} = \frac{I_{SR1} + I_{SR2}}{2} = \frac{h_{max} - h_{min}}{\sqrt{2 \cdot A}},$$

$$I_{SR1} = \frac{h_{max} - h_S}{\sqrt{0,5 \cdot A}}, \quad (3)$$

$$I_{SR2} = \frac{h_S - h_{min}}{\sqrt{0,5 \cdot A}}$$

gdzie: I_{SR1} – średni spadek górnej części zlewni (‰),
 I_{SR2} – średni spadek dolnej części zlewni (‰),
 I_{SR} – średni spadek zlewni (‰),
 h_{max} – najwyższa rzędna terenu (m),
 h_{min} – najniższa rzędna terenu (m),
 h_S – rzędna środka zlewni (m),
 A – powierzchnia zlewni (km²).

Za najdokładniejszą metodę oceny średniego spadku zlewni uważa się wyznaczenie tzw. stoczystości (Strahler 1964):

$$I_{SR} = \frac{d}{A} \cdot \sum_{i=1}^n L_{P,i}, \quad \left(\text{lub } I_{SR} = \frac{1}{A} \cdot \sum_{i=1}^n d_i \cdot L_{P,i} \right) \quad (4)$$

gdzie: I_{SR} – średni spadek zlewni (‰),
 d, d_i – cięcie poziomic (m),
 A – powierzchnia zlewni (km²),
 $L_{P,i}$ – długość poziomic (km).

Przeciętny spadek zlewni bywa również szacowany na podstawie stosunku powierzchni pod krzywą hipsometryczną do powierzchni leżącej pod krzywą powierzchnia – odległość (Eagleson 1978). Ta ostatnia funkcja (krzywa powierzchnia – odległość) wiąże fragment powierzchni zlewni do danego punktu cieku głównego (zlewnię cząstkową) z odległością tego punktu od ujścia zlewni, mierzoną w poziomie wzdłuż cieku. Zatem średni spadek zlewni w metodzie hipsometrycznej określa się jako:

$$I_{SR} = k \cdot \frac{P_1}{P_2} \quad (5)$$

gdzie: I_{SR} – średni spadek zlewni (‰),
 P_1 – powierzchnia pod krzywą hipsometryczną,
 P_2 – powierzchnia pod krzywą odległość – powierzchnia,
 k – współczynnik przeliczeniowy, uwzględniający skale obu wykresów.

Do szacowania spadku średniego zlewni autorzy proponują trzy oryginalne metody: metodę numeryczną i dwie metody miąższościowe (nazwy metod są propozycją autorów).

Metoda numeryczna jest w istocie uogólnieniem metody opartej na sporządzaniu i pomiarze mapy spadków (Dobija i Dynowska 1975), czy też metody opartej na pomiarze spadków lokalnych dokonywanych w węzłach siatki (Strahler 1964). Polega ona na podzieleniu powierzchni zlewni na płyty powierzchniowe, które w rzucie poziomym sprowadzają się do siatki kwadratów. Następnie w punktach węzłowych siatki wyznacza się rzędne terenu (np. przez interpolację liniową pomię-

Tabela 1

Charakterystyki fizjograficzne analizowanych zlewni
The geomorphological characteristics of analysed catchments

Charakterystyki Characteristics	Zlewnia/Przekrój - Catchment/Gauge station							
	Dąbrówka Dąbrówka Kościelna	Jordanka Strużyny	Maskawa Dierzńnica	Muszynka Muskowo	Ołoboczek Dzikarnia	Radoszynka Radoszyn	Struga Dormowska Gorzyń	Wielka Bardo
Położenie zlewni Catchment's location	woj. poznańskie	woj. gorzowskie	woj. poznańskie	woj. gorzowskie	woj. zielono- nogórskie	woj. zielono- nogórskie	woj. gorzowskie	woj. poznańskie
	REGION WIELKOPOLSKI							
	Pojezierze Gnieźnieńskie	Kotlina Gorzowska	Równina Wrzesińska	Kotlina Gorzowska	Pojezierze Lubuskie	Pojezierze Lubuskie	Pojezierze Poznańskie	Równina Wrzesińska
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Powierzchnia zlewni (km ²) Catchment area	7,3	43,0	37,2	35,8	25,0	25,0	44,5	27,8
Średnia wysokość zlewni n.p.m. (m) Average altitude of catchment	100,0	118,0	113,4	53,2	82,0	90,1	85,0	105,3
Średni spadek zlewni (‰) Average slope (wg metody Kajetanowicza)	21,8	14,0	3,7	9,6	6,4	9,5	9,3	5,7
Średnia miąższość zlewni (m) Average capacity of catchment	30,0	54,4	15,3	32,9	21,4	18,4	36,8	9,6
Wskaźnik zwartości zlewni (-) Coefficient of compactness of catchment	1,24	1,27	1,29	1,26	1,46	1,18	1,25	1,11
Gęstość sieci cieków (km/km ²) Coefficient of hydrographic network density	0,51	0,41	1,31	1,10	0,69	0,79	0,72	1,51

Tabela 1 c.d.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Powierzchnia wód stojących (km ²) Reservoir area	0,14	0,01	0,16	—	0,04	0,02	0,94	0,03
W tym: In:								
jezior - lakes	—	—	—	—	—	—	0,77	—
stawów i oczek wodnych - ponds	0,14	0,01	0,16	—	0,04	0,02	0,17	0,03
Dominujące uziarnienie gleb Dominated grain-size distribution of soils	piaski luźne i słabo gliniaste 40% piaski gliniaste 35%	piaski gliniaste 65% piaski luźne i słabo gliniaste 30%	piaski luźne i słabo gliniaste 52% piaski gliniaste 36%	piaski luźne i słabo gliniaste 85%	piaski gliniaste 52% piaski luźne i słabo gliniaste 43%	piaski gliniaste 74%	piaski luźne i słabo gliniaste 76%	piaski gliniaste 73%
Procent lesistości (%) Afforestation	67,6	38,9	28,4	72,0	41,8	18,8	23,6	4,0
Grunty orne (%) Arable land	26,5	57,7	60,0	19,1	51,5	72,8	65,1	88,7
Łąki i bagna (%) Meadows and swamps	3,3	1,4	9,9	6,9	4,7	6,4	8,3	5,3

Metody wyznaczania średnich spadków...

Tabela 2

Zestawienie wartości średnich spadków zlewni (‰) obliczonych wybranymi metodami
Performance of values of average catchment slopes (‰) calculated based on selected methods

Metoda obliczania spadku Method of slope calculation	Zlewnia/Przekrój - Catchment/Gauge station								Średni stosunek do metody numerycznej Mean ratio to numerical method
	Dąbrówka Dąbrówka Kościelna	Jordanka Strużyny	Maskawa Dierznica	Muszynka Muskowo	Ołoboczek Dzikarnia	Radoszynka Radoszyn	Struga Dormowska Gorzyń	Wielka Bardo	
Z. Kajetanowicza	21,8	14,0	3,7	9,6	6,4	9,5	9,3	5,7	1,17
Klasyczna 10* Classical 10	18,0	17,3	6,2	10,4	10,0	10,6	10,1	5,9	1,33
Klasyczna 20** Classical 20	17,1	18,5	6,9	12,1	8,2	9,8	11,0	6,3	1,33
W. Stephan i J. Stachy'ego	15,4	9,9	2,6	6,8	4,5	6,7	6,6	4,0	0,83
Stoczystość*** Declivity method	18,7	15,4	7,6	10,6	8,5	10,7	9,5	8,3	1,39
Hipsometryczna Hypsometric	19,0	13,4	2,9	8,4	4,8	3,2	6,9	2,2	0,82
Metoda numeryczna Numerical method	10,5	15,5	6,1	8,1	5,6	6,6	15,5	4,1	1
Miąższościowa I Capacity I	19,7	14,7	4,4	9,7	7,6	6,5	9,8	3,2	1,07
Miąższościowa II Capacity II	9,8	14,1	3,6	5,8	6,3	6,5	4,8	3,7	0,81

*Dla 10 spadków poprzecznych, **dla 20 spadków poprzecznych, ***rozstęp poziomicy 10 m.

*For 10 transversal slopes, **For 20 transversal slopes, ***range level line 10 m.

dzy poziomiami na mapie). Spadek dla danego płata powierzchniowego oblicza się z różnicy rzędnych węzłów siatki związanych z sąsiednimi płatami powierzchniowymi. Średni spadek zlewni oblicza się jako średnią arytmetyczną ze spadków obliczonych dla wszystkich płatów powierzchniowych (ryc. 1). Zatem:

– spadek dla płata powierzchniowego związanego z węzłem (i, j) ma postać

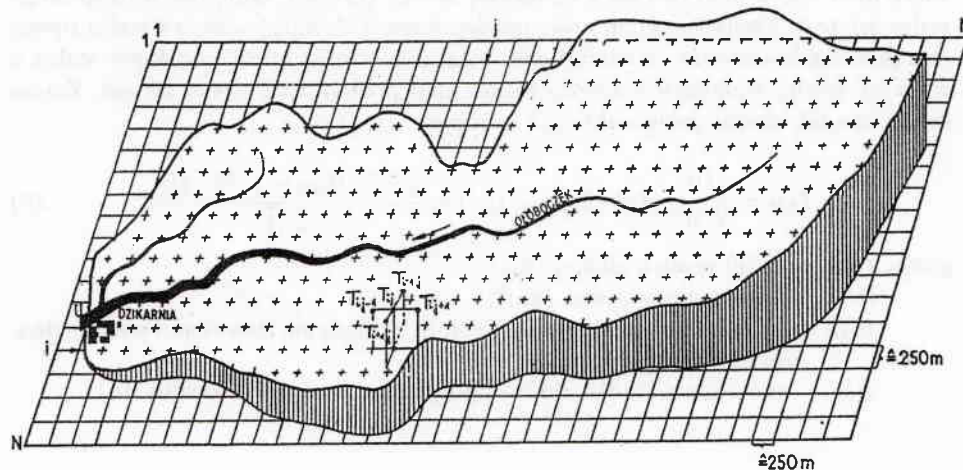
$$I_{i,j} = \frac{1}{4 \cdot L} (|T_{i-1,j} - T_{i,j}| + |T_{i+1,j} - T_{i,j}| + |T_{i,j-1} - T_{i,j}| + |T_{i,j+1} - T_{i,j}|) \quad (6)$$

– natomiast spadek średni zlewni:

$$I_{SR} = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N I_{i,j} \quad (7)$$

gdzie: I_{SR} – średni spadek zlewni (‰),
 $I_{i,j}$ – spadek dla płata powierzchniowego związanego z węzłem (i, j) (‰),
 $T_{i,j}$ – rzędna terenu dla węzła (i, j) (m),
 L – długość boku siatki pokrywającej zlewnię (km),
 $M \cdot N$ – ilość węzłów siatki pokrywającej zlewnię.

Po przygotowaniu tablicy rzędnych terenu dla węzłów siatki pokrywającej zlewnię obliczenia spadków przeprowadza się numerycznie.



Ryc. 1. Schemat ideowy obliczenia spadku średniego zlewni metodą numeryczną (objaśnienia w tekście)

Fig. 1. Principle of numerical method calculation of catchment mean slope (notations in paper)

Metody miąższościowe bazują na pojęciu tzw. pojemności miąższościowej zlewni. Pojemność tę można zdefiniować jako iloczyn powierzchni zlewni oraz średniej odległości pomiędzy powierzchnią zlewni a spągiem warstwy przepuszczalnej. Drugi czynnik w powyższym iloczynie można zastąpić (przy braku danych o położeniu spągu) przez średnie wzniesienie zlewni nad poziom dna ujścia zlewni. W niniejszej pracy do obliczeń przyjęto siatkę kwadratową o boku $250 \text{ m} \times 250 \text{ m}$. (Na mapie w skali 1:25 000, rozmiar oczka siatki wynosi zatem $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$.)

Pierwsza metoda miąższościowa, zmodyfikowana metoda Kajetanowicza, polega na zastąpieniu zlewni przez walec kołowy ścięty powierzchnią styczną z podstawą, o objętości i polu podstawy równym odpowiednio pojemności miąższościowej oraz polu zlewni. Za średni spadek zlewni w tej metodzie przyjęto spadek powierzchni tnącej walca (ryc. 2). Zatem średni spadek zlewni można obliczyć ze wzoru:

$$I_{SR} = \sqrt{\frac{\Pi}{A}} \cdot H_{SR} \approx 1,77 \cdot \frac{H_{SR}}{\sqrt{A}} \quad (8)$$

gdzie: I_{SR} – średni spadek zlewni (‰),

A – powierzchnia zlewni (km^2),

H_{SR} – średnia miąższość zlewni (średnie wzniesienie zlewni nad poziom dna ujścia zlewni (m)).

Druga metoda miąższościowa, zmodyfikowana metoda Stephan i Stachy'ego, również polega na zastąpieniu zlewni przez kołowy walec ścięty powierzchnią styczną z podstawą walca, wydrążony dodatkowo stożkiem eliptycznym, tak iż powierzchnia tnąca pokrywa się z podstawą stożka (ryc. 3). Objętość wydrążonego walca ściętego równa się pojemności miąższościowej zlewni, podstawa walca równa jest powierzchni zlewni, a wierzchołek stożka jest odległy od podstawy walca o wielkość równą wzniesieniu środka zlewni nad poziom dna ujścia zlewni. Zatem średni spadek zlewni można obliczyć ze wzoru:

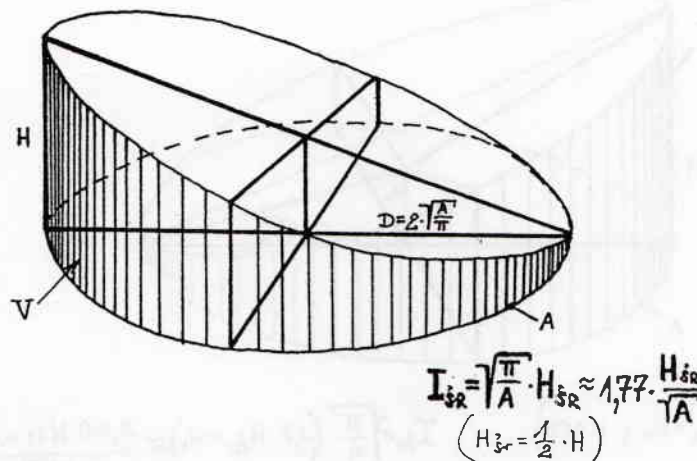
$$I_{SR} = \sqrt{\frac{\Pi}{A}} \cdot (1,5 \cdot H_{SR} - H_O) \approx \frac{2,66 \cdot H_{SR} - 1,77 \cdot H_O}{\sqrt{A}} \quad (9)$$

gdzie: I_{SR} – średni spadek zlewni (‰),

A – powierzchnia zlewni (km^2),

H_{SR} – średnia miąższość zlewni (średnie wzniesienie zlewni nad poziom dna ujścia zlewni (m)),

H_O – wzniesienie środka zlewni nad poziom dna ujścia zlewni (m).

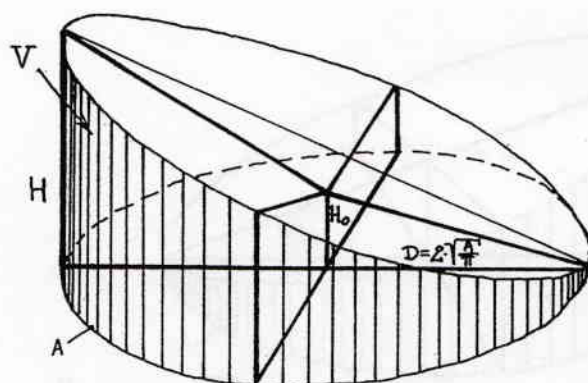


Ryc. 2. Schemat ideowy obliczania spadku średniego zlewni metodą miąższościową I: I_{SR} – średni spadek zlewni (‰), A – powierzchnia zlewni (km²), H_{SR} – średnia miąższość zlewni (m), V – pojemność miąższościowa zlewni, H , D – wysokość i średnica walca ściętego

Fig. 2. Principle of capacity method I calculation of catchment mean slope: I_{SR} – mean slope of catchment (‰), A – catchment area (km²), H_{SR} – mean capacity of catchment (m), V – cubic content of catchment, H , D – height and diameter of cut cylinder

Wyniki i dyskusja

Oszacowanie spadku średniego zlewni rzecznej zależy od przyjętej metody, a różnice w oszacowaniach mogą wynosić nawet kilkaset procent (tab. 2). Parametry fizjograficzne (nieklimatyczne) są zazwyczaj powiązane z charakterystykami hydrologicznymi na granicy istotności statystycznej (Miler 1994). Implikuje to sytuację, w której trudno jest obiektywnie wykazać, iż któraś z metod obliczania spadku średniego zlewni jest lepsza od drugiej. W zasadzie żadna z proponowanych w niniejszej pracy metod nie jest pozbawiona subiektywizmu. Zaletą metod Kajetanowicza i Stephan-Stachy'ego jest prostota obliczeń, natomiast wadą – duży wpływ nieregularności w topografii terenu (np. pojedynczych wzniesień na wododziałach) na ocenę średniego spadku zlewni. Metoda Kajetanowicza jest często stosowana, gdy średni spadek powierzchni zlewni traktuje się jako wskaźnik,



$$\left(H = 3 \cdot H_{SR} - H_0 ; H \ll D \right) \quad I_{SR} = \sqrt{\frac{\pi}{A}} \cdot (1,5 \cdot H_{SR} - H_0) \approx \frac{2,66 \cdot H_{SR} - 1,77 \cdot H_0}{\sqrt{A}}$$

Ryc. 3. Schemat ideowy obliczania spadku średniego zlewni metodą miąższościową II: I_{SR} – średni spadek zlewni (‰), A – powierzchnia zlewni (km²), H_{SR} – średnia miąższość zlewni (m), H_0 – względne wzniesienie środka zlewni (m), V – pojemność miąższościowa zlewni, H , D – wysokość i średnica walca ściętego wydrążonego stożkiem eliptycznym

Fig. 3. Principle of capacity method I calculation of catchment mean slope: I_{SR} – mean slope of catchment (‰), A – catchment area (km²), H_{SR} – mean capacity of catchment (m), H_0 – relatively altitude of catchment's centre (m), V – cubic content of catchment, H , D – height and diameter of cut cylinder hollowed out elliptic cone

np. dla doboru zlewni analoga (Byczkowski i Mandes 1990). Metoda klasyczna jest niejednoznaczna, bowiem obliczanie średniego spadku poprzecznego zlewni zależy od liczby przyjętych do obliczeń cząstkowych spadków poprzecznych oraz od ich położenia. Metodę oszacowywania średnich spadków zlewni wynikającą ze stoczystości niektórzy autorzy uważają za najdokładniejszą metodę oceny średniego spadku zlewni (Ozga-Zielińska i Brzeziński 1994). Wydaje się, iż i ta metoda ma sporo wad, ponadto jest pracochłonna. Ocena stoczystości zależy od przyjętego do obliczeń skoku poziomicy oraz od subiektywnie wykonanego ich zgeneralizowania (dla uniknięcia nienaturalnego wydłużenia danej poziomicy w przypadku uwikłanego jej przebiegu). Metoda hipsometryczna, oparta na krzywej hipsometrycznej i krzywej odległość – powierzchnia, wydaje się być stosunkowo obiektywna, lecz z uwagi na dużą pracochłonność zakres jej stosowania jest raczej ograniczony.

Proponowane przez autorów metody miąższościowe nie mają ww. wad metod Kajetanowicza i Stephan-Stachy'ego, lecz w dalszym ciągu z uwagi na abstrakcyjne traktowanie zlewni należy je traktować jako wskaźnikowe. Najbardziej pracochłonną ze wszystkich prezentowanych w niniejszej pracy metod jest zapro-

ponowana przez autorów metoda numeryczna. Ma ona stosunkowo najwięcej zalet: spadek średni zlewni oznaczany jest obiektywnie – wg statystycznej oceny, wzrost dokładności oznaczania spadku można uzyskać przez zagęszczenie siatki podziału zlewni, obliczane spadki cząstkowe w węzłach siatki umożliwiają analizę ich obszarowych zmienności. Wydaje się zatem iż zasadne byłoby uznanie metody numerycznej za wzorcową. Zakładając powyższe, można generalnie stwierdzić, iż metody: Stephan-Stachy'ego, hipsometryczna i miąższościowa II szacują w sposób zaniżony spadki średnie zlewni rzecznych, natomiast metody: Kajetanowicza, klasyczna i stoczystości szacują owe spadki w sposób zawyżony. Wartości spadków zlewni rzecznych obliczone metodą miąższościową I są najbardziej wyważone (tab. 2).

Wnioski

1. Podając w opisie warunków fizjograficznych zlewni średni spadek powierzchni, należy zawsze zaznaczyć, jaką metodą był liczony, gdyż różne metody mogą dawać wyniki niekiedy bardzo rozbieżne.
2. W przypadku gdy średni spadek powierzchni zlewni traktowany jest jako wskaźnik, należy stosować do jego oceny metody najprostsze (np. metodę Kajetanowicza).
3. Do celów analiz obszarowych zmienności parametrów fizjograficznych naturalne wydaje się przyjęcie metody numerycznej dla obliczania spadków cząstkowych i średniego spadku powierzchni zlewni. Zaproponowana przez autorów metoda numeryczna jest kompatybilna z rastrowymi prezentacjami danych geograficznych w ramach systemów GIS.

Literatura

- Byczkowski A., Mandes B. (1990): Określenie miary podobieństwa średnich rocznych odpływów jednostkowych na podstawie charakterystyk zlewni. *Zesz. Nauk. AR Wroc. Melior.* 34, 189: 119-128.
- Dobja A., Dynowska I. (1975): Znaczenie parametrów fizjograficznych zlewni dla ustalenia wielkości odpływu rzecznoego. *Folia Geogr. Ser. Geogr.- Phys.* 9: 77-129.
- Eagleson P.S. (1978): *Hydrologia dynamiczna*. PWN, Warszawa.
- Fal B. (1979): *Przestrzenna zmienność przepływów maksymalnych w nizinnej części Polski. Mater. Bad. IMGW, Ser. Hydrol. Oceanol.* Warszawa.
- Kajetanowicz Z. (1962): *Genetyczne podstawy obliczeń hydrologicznych*. *Zesz. Nauk. P.Krak. Bud. Wod.* 3.
- Michalczewski M. (1987): Elementy środowiska geograficznego czynnikiem reżimu przepływów niskich w rzekach na obszarze Polski. *Zesz. Nauk. AR Krak. Rozpr. Nauk.* 120.

- Miler A.** (1984): Problem określania charakterystyk fizjograficznych zlewni jako podstawa oceny warunków retencyjnych. Mater. Sem. „Problematyka hydrologiczna i meteorologiczna małych zlewni”. Pol. Tow. Geofiz., Wrocław.
- Miler A.** (1994): Modelowanie matematyczne zdolności retencyjnych małych zlewni nizinnych. Roczn. AR Pozn. Rozpr. Nauk. 258.
- Ozga-Zielińska M., Brzeziński J.** (1994): Hydrologia stosowana. PWN, Warszawa.
- Strahler A.N.** (1964): Quantitative geomorphology. In: Ven De Chow, Handbook of applied hydrology.

THE METHODS OF CALCULATION OF AVERAGE SLOPES IN RIVER CATCHMENTS

S u m m a r y

In the paper there have been described five well-known (Kajetanowicz, Stehan, classical, declivity, hypsometric) and three own (numerical, capacity I, capacity II) calculation methods of mean slopes of river catchments. Detailed information was shown for three proposed methods. The presented example calculations were carried out for eight investigated small river catchments located in the Wielkopolska region. The good points and defects of presented methods were analysed.